تصويب تمرين صفحة 6:

ورد في الجزء الأول من الوحدة الأولى:

- جد عددين موجبين فرقهما 28 و نسبتهما $\frac{12}{5}$

بفرض العدد الصغير x سيكون العدد الكبير $28 - x$ و سيكون:

$$\frac{28 - x}{x} = \frac{12}{5}$$

باستخدام خاصية الضرب التقاطعي:

$$12x = 140 - 5x$$

$$17x = 140$$

العدد الصغير $x = \frac{140}{17}$

و العدد الكبير سيكون :

$$28 - \frac{140}{17} = \frac{476}{17} - \frac{140}{17} = \frac{336}{17}$$

و الصواب:

بفرض العدد الصغير x سيكون العدد الكبير $28 + x$ (و ليس $28 - x$) و سيكون:

$$\frac{28 + x}{x} = \frac{12}{5}$$

باستخدام خاصية الضرب التقاطعي:

$$12x = 140 + 5x$$

$$7x = 140$$

العدد الصغير $x = \frac{140}{7} = 20$

و العدد الكبير سيكون :

$$28 + 20 = 48$$

مبرهنة النسب الثلاث

(مبرهنة تالس)

انطلاقة نشطة صفحة 23:

في كل مما ياتي واحدة فقط من الإجابات الثلاث صحيحة أشر إليها:

١- تحليل شكل:

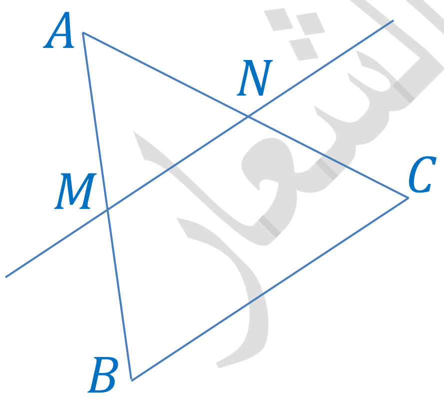
في الشكل ABC مثلث،

و M نقطة من $[AB]$

و N نقطة من $[AC]$

و المستقيمان (MN) و (BC) متوازيان.

الجدول التناسبي هو :

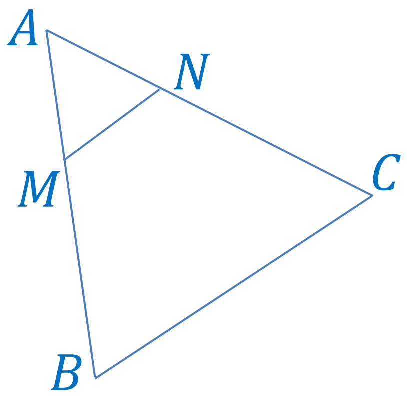


AM	AN	MN
AC	AB	BC

AM	AN	MN
AB	AC	BC

AM	AN	MN
MB	NC	BC

الجواب الصحيح هو الثاني.



٢- استعمال التناسب:

في الشكل:

$AM = 2\ cm \ , AN = 1.6\ cm$

$AB = 6\ cm \ , (MN)//(BC)$

الطول AC يساوي:

$4.8\ cm$ $\quad$ $4.6\ cm$ $\quad$ $5.6\ cm$

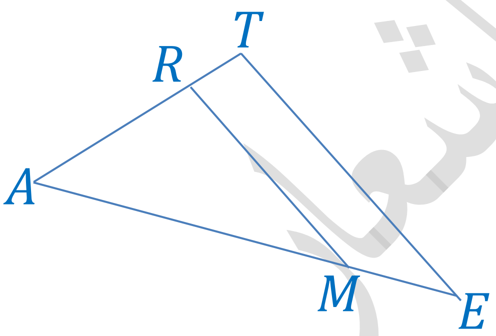
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

$$\frac{2}{6} = \frac{1.6}{AC} \quad \Rightarrow \quad AC = \frac{6 \times 1.6}{2} = 3 \times 1.6 = 4.8\ cm$$

٣- في الشكل : $(RM)//(TE)$ و $AR = 18$ و $RT = 7$

و $RM = 27$ إذن:

$\frac{18}{25} = \frac{27}{TE}$, $\frac{18}{7} = \frac{27}{TE}$, $\frac{18}{25} = \frac{TE}{27}$



$$\frac{AR}{AT} = \frac{RM}{TE}$$

$$\frac{18}{25} = \frac{27}{TE}$$

حيث:

$$AT = AR + RT = 18 + 7 = 25$$

٤- استعمال مساواة الضرب التقاطعي:

من المساواة $\frac{5}{AB}=\frac{2}{3}$ يمكننا أن نستنتج:

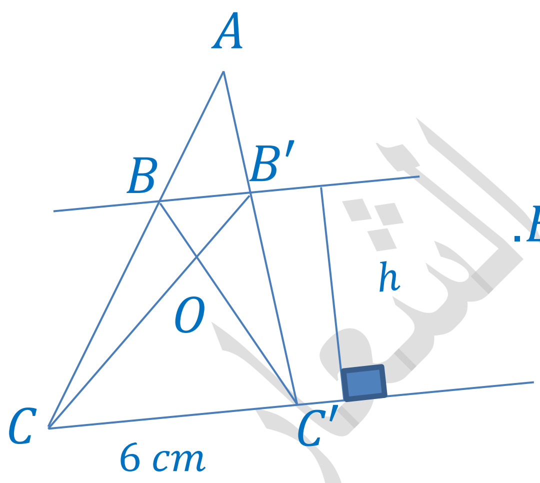
$2\times 5=3\times AB$ و $AB=\frac{2\times5}{3}$

$2\times AB=3\times 5$ و $AB=\frac{3\times5}{2}$

$2\times AB=3\times 5$ و $AB=3\times5-2$

الجواب الصحيح هو الثاني.

نشاط صفحة 24:



في الشكل الآتي $(CC')//(BB')$ علل

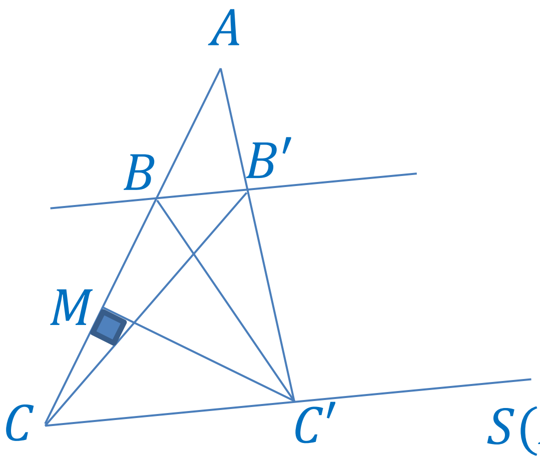
تساوي مساحتي المثلثين $B'CC'$ و BCC'.

مساحة المثلث هي نصف جداء قاعدته

بارتفاعه.

المثلثان $B'CC'$ و BCC' لهما القاعدة نفسها $[CC']$

و الارتفاع نفسه h و بالتالي لهما المساحة نفسها.



- في الشكل الآتي :

للمثلثين ABC' و ACC'

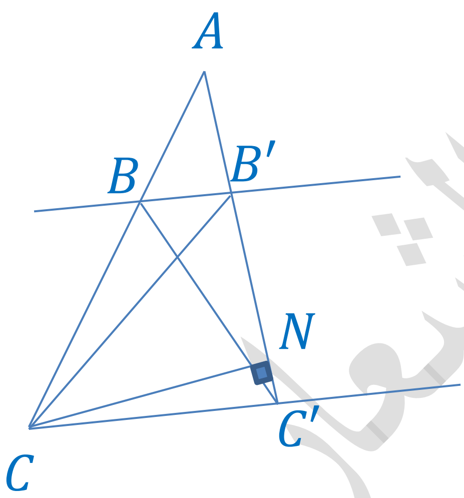
الارتفاع $C'M$ نفسه. تعلم أن مساحة

المثلث نصف جداء القاعدة

بالارتفاع أثبت أن:

$$\frac{S(ABC')}{S(AC'C)} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{S(ABC')}{S(AC'C)} = \frac{\frac{1}{2} \times AB \times C'M}{\frac{1}{2} \times AC \times C'M} = \frac{AB}{AC}$$



- في الشكل الآتي لاحظ أن

للمثلثين $AB'C$ و ACC'

الارتفاع CN نفسه أثبت أن :

$$\frac{S(AB'C)}{S(ACC')} = \frac{AB'}{AC'}$$

ثم استنتج أن :

$$\frac{AB'}{AC'} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{S(AB'C)}{S(AC'C)} = \frac{\frac{1}{2} \times AB' \times CN}{\frac{1}{2} \times AC' \times CN} = \frac{AB'}{AC'}$$

و حسب الطلب السابق الذي وجدنا فيه أن:

$$\frac{S(ABC')}{S(AC'C)} = \frac{AB}{AC}$$

و حيث $S(ABC') = S(AB'C)$ لأن كل من هذي المثلثين لو أضيفت مساحته إلى مساحة أحد المثلثين $B'CC'$ و BCC' الذين برهنا تساوي مساحتيهما في الطلب الأول لنتجت مساحة المثلث ACC' نكتب:

$$\frac{AB'}{AC'} = \frac{AB}{AC}$$

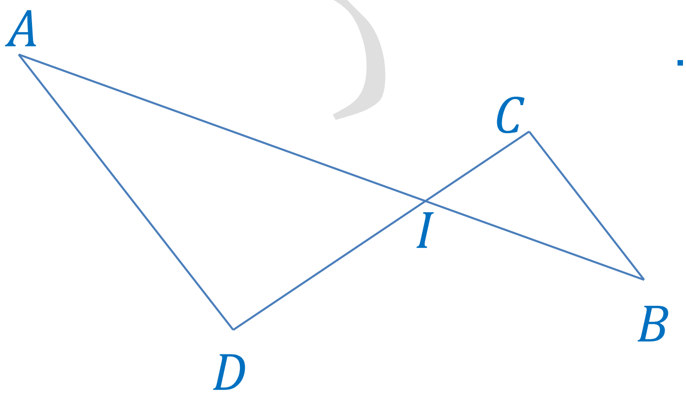
تحقق من فهمك صفحة 26:

المستقيمان (AB) و (CD) متقاطعان في I.

و المستقيمان (AD) و (CB) متوازيان .

استوح من النص ومن الشكل جدول تناسب

ثم اكتب ثلاث نسب متساوية.



IC	IB	CB
ID	IA	AD

$$\frac{IC}{ID} = \frac{IB}{IA} = \frac{CB}{AD}$$

تدرب صفحة 26:

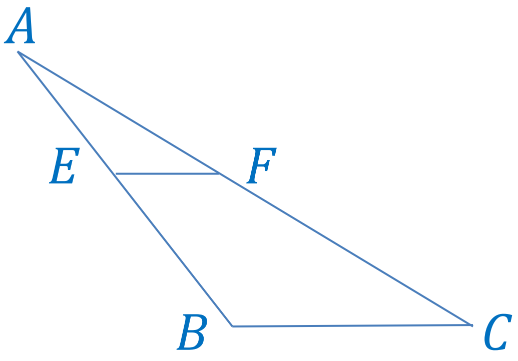
ABC مثلث ، E نقطة من $[AB]$

و F نقطة من $[AC]$

إذا علمت أن $(EF)//(BC)$

انسخ و أكمل :

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

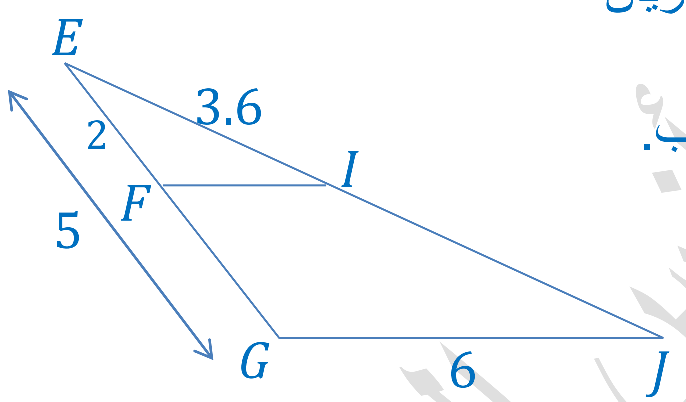


- المستقيمان (FI) و (GJ) متوازيان

ما المثلثان اللذان أطوال أضلاعهما في حالة تناسب.

EFI و EGJ

احسب كلاً من الطولين EJ و FI .



نكتب نسب التشابه:

$$\frac{EG}{EF} = \frac{EJ}{EI} = \frac{GJ}{FI}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{EJ}{3.6} = \frac{6}{FI}$$

$$EJ = \frac{5 \times 3.6}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$FI = \frac{6 \times 2}{5} = \frac{12}{5} = 2.4$$

نشاط صفحة 27:

إثبات عكس مبرهنة النسب الثلاث:

M هي نقطة من المستقيم (AB)

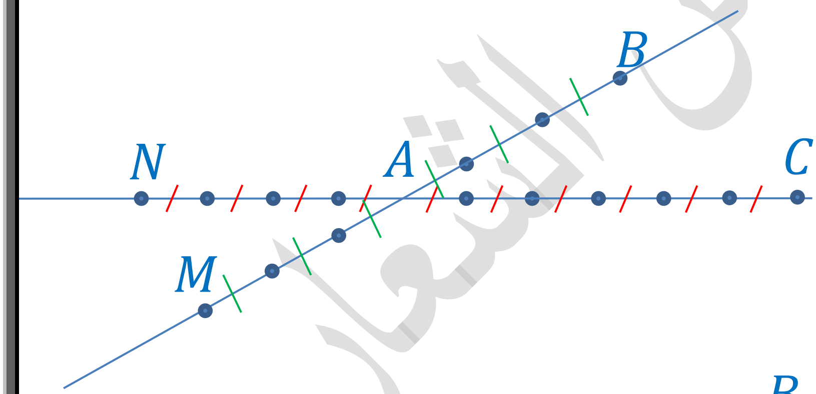
و N هي نقطة من المستقيم (AC)

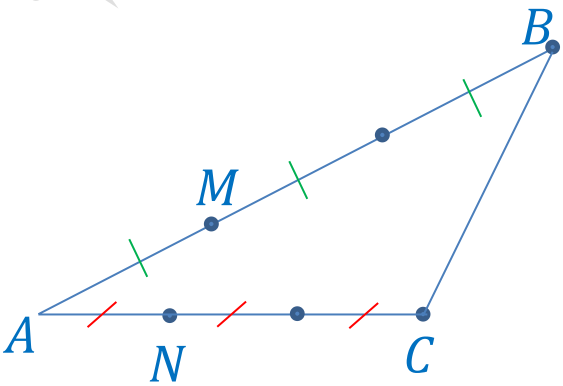
أكدت وفاء قولها ((إذا كانت المساواة

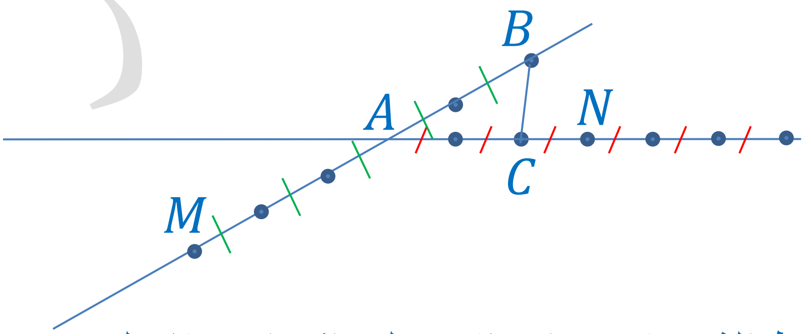
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

محققة كان المستقيمان (MN) و (BC) متوازيين.))

- أبد وجهة نظرك حول اقتراح وفاء مستعيناً بالأشكال الآتية:







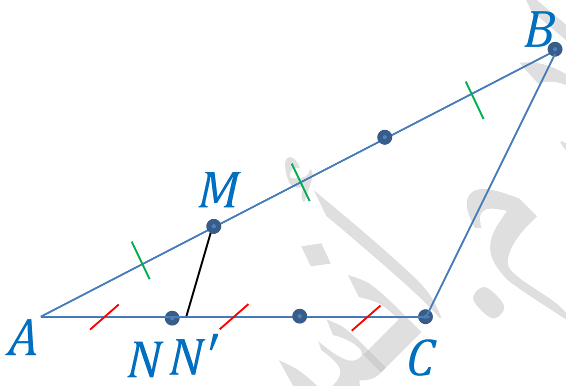
- ما الشرط الذي تقترح إضافته على اقتراح وفاء ليصبح صحيحاً؟

أن تكون النقاط منسجمة في ترتيبها و على مستقيمين مختلفين أي هي مختلفة عن بعضها.

- لنبحث عن الشرط الذي عليك اقتراحه:

في الشكل الأول :

ارسم من M المستقيم الموازي للمستقيم (BC) فيقطع (AC) في نقطة و لتكن N'



استعمل مبرهنة النسب الثلاث على المتوازيين (BC) و (MN') و القاطعين (AB) و (AC)

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN'}{AC}$$

وازن بين النسبتين $\frac{AN}{AC}$ و $\frac{AN'}{AC}$

هما متساويتان لأن كلاهما يساوي النسبة $\frac{AM}{AB}$

ماذا تستنتج حول AN و AN'

متساويتان بالطول، حسب الطلب السابق أي النقطة N هي نفسها النقطة N'

هل يبقى اقتراح وفاء صحيحاً في حال انطباق النقطتين N و M؟

لن يكون عندئذ هناك مستقيمان (MN) و (BC) لنقول هل هما متوازيان أم لا، حيث (MN) يصبح نقطة وحيدة.

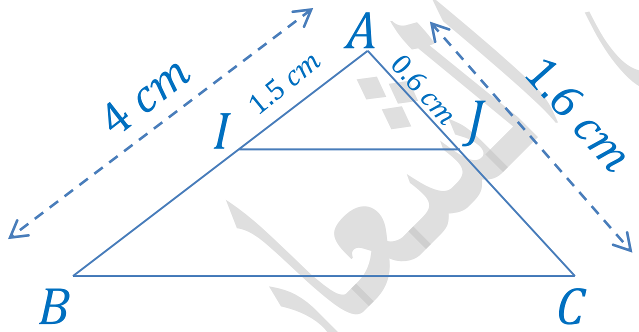
ما الشرط الذي تضيفه إذاً إلى اقتراح وفاء؟

أن تكون النقاط منسجمة في ترتيبها وتقع على مستقيمين مختلفين أي مختلفة عن بعضها البعض.

تحقق من فهمك صفحة 29:

المستقيمان (BI) و (CJ) متقاطعان في A

هل المستقيمان (IJ) و (BC) متوازيان ؟ اشرح.



$$\frac{AI}{AB} = \frac{1.5}{4} = \frac{3}{8}$$

حيث ضربنا كلاً من البسط و المقام في $\frac{1.5}{4}$ بـ 2

$$\frac{AJ}{AC} = \frac{0.6}{1.6} = \frac{3}{8}$$

حيث قسمنا كل من البسط و المقام في $\frac{0.6}{1.6}$ على 0.2

بسبب تساوي هاتين النسبتين و حسب المبرهنة العكس لمبرهنة النسب الثلاث فالمستقيمان متوازيان.

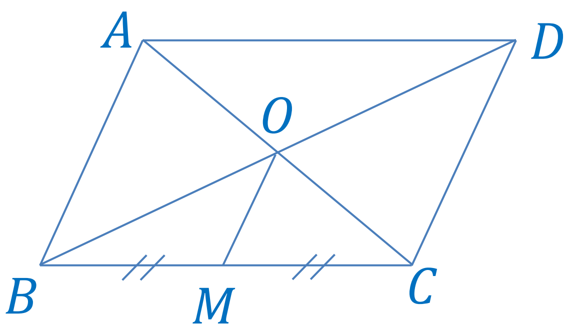
- قطرا متوازي الأضلاع $ABCD$

متقاطعان في O.

و M منتصف $[BC]$ ،

ماذا تقول عن المستقيمين

(OM) و (DC) ؟ و لماذا؟



نعلم أن قطري متوازي الأضلاع

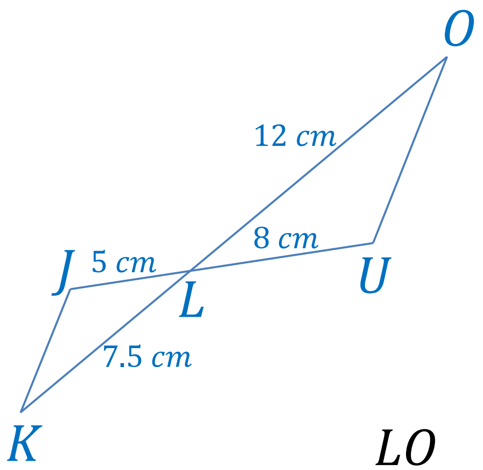
متناصفان و بالتالي فإن O هي منتصف $[BD]$

فالقطعة المستقيمة $[OM]$ تصل بين منتصفي ضلعين في

المثلث DBC فهي توازي الضلع الثالثة $[DC]$

أي المستقيمان (OM) و (DC) متوازيان.

تدرب صفحة 30:



المستقيمان (JU) و (KO) متقاطعان في L.

اكتب قيمة كل من النسبتين $\frac{LO}{LK}$ و $\frac{LU}{LJ}$

$$\frac{LO}{LK} = \frac{12}{7.5} = \frac{24}{15} = \frac{8}{5}$$

حيث ضربنا كلاً من البسط و المقام بـ 2 ثم قسمناهما على 3

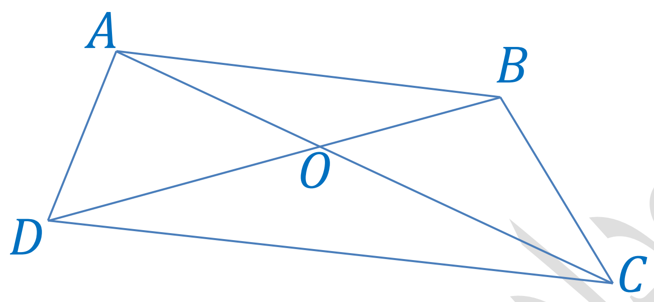
$$\frac{LU}{LJ} = \frac{8}{5}$$

انسخ و أكمل:

- ((النقاط J و L و U على المستقيم (JU) منسجمة بالترتيب مع النقاط K و L و O على المستقيم (KO)

- إذاً $\frac{LU}{LJ} = \frac{LO}{LK}$ حسب المبرهنة العكس لمبرهنة النسب الثلاث يكون المستقيمان (JK) و (OU) متوازيان.

- قطرا الرباعي $ABCD$ متقاطعان في O ، و نعلم أن $OA = 6.5\ cm$ و $OB = 5\ cm$ و $OC = 9.1\ cm$ و $OD = 7\ cm$ أثبت أن الرباعي $ABCD$ شبه منحرف.



$$\frac{OB}{OD} = \frac{5}{7}$$

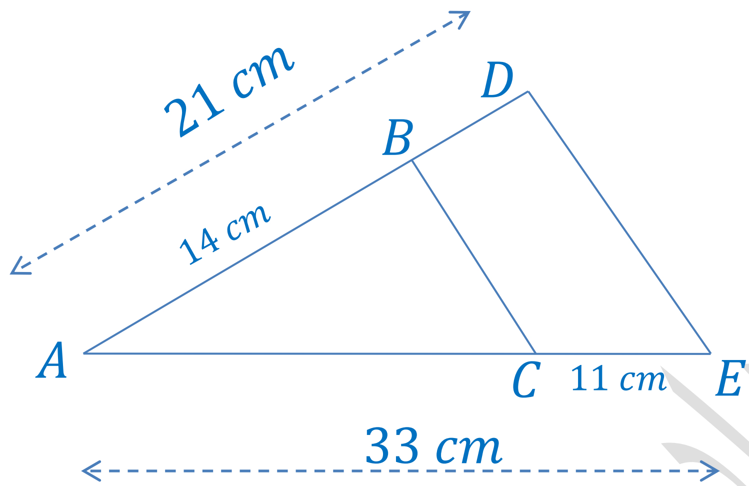
$$\frac{OA}{OC} = \frac{6.5}{9.1} = \frac{65}{91} = \frac{5}{7}$$

حيث ضربنا كلاً من البسط و المقام بعشرة ثم قسمناهما على 13.

و النقاط B و O و D على المستقيم (BD) منسجمة بالترتيب مع النقاط A و O و C على المستقيم (AC)

فحسب المبرهنة العكس لمبرهنة النسب الثلاث يكون المستقيمان (AB) و (DC) متوازيان.
و لا يمكن توازي المستقيمين (BC) و (AD) لأن الشكل $ABCD$ قطراه غير متناصفين أي هو ليس متوازي أضلاع. و بالتالي هو شبه منحرف.

- انظر إلى الشكل المرافق و أجب :



- احسب النسبتين $\frac{AB}{AD}$ و $\frac{AC}{AE}$ و اكتبهما بشكل كسرين مختزلين.

$$\frac{AB}{AD} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$$

حيث قسمنا حدي الكسر على 7.

$$\frac{AC}{AE} = \frac{22}{21} = \frac{2}{3}$$

حيث قسمنا حدي الكسر على 11.

- استنتج أن المستقيمين (BC) و (DE) متوازيان.

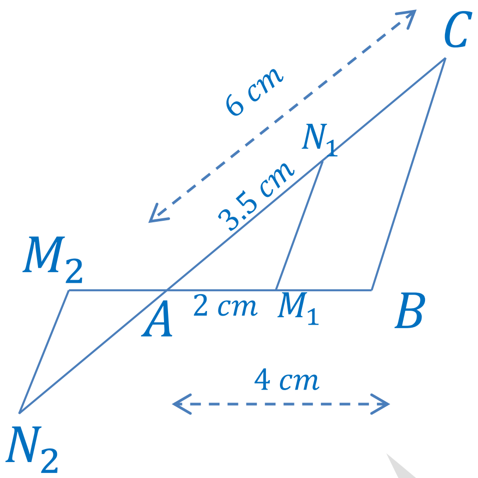
بسبب تساوي النسبتين $\frac{AB}{AD}$ و $\frac{AC}{AE}$ و حيث النقاط A و B و D على المستقيم (AD) منسجمة بالترتيب مع النقاط A و C و E على المستقيم (AE)

فحسب المبرهنة العكس لمبرهنة النسب الثلاث فالمستقيمان (BC) و (DE) متوازيان.

نشاط صفحة 31:

١-

ABC مثلث فيه $AB = 4\ cm$ و $AC = 6\ cm$ و



$(M_2N_2)//(BC)$

علل تساوي النسب $\frac{AM_2}{AB}$ و $\frac{M_2N_2}{CB}$ و $\frac{N_2A}{CA}$

بسبب أن:

$(M_2N_2)//(BC)$

و ذلك حسب مبرهنة النسب الثلاث.

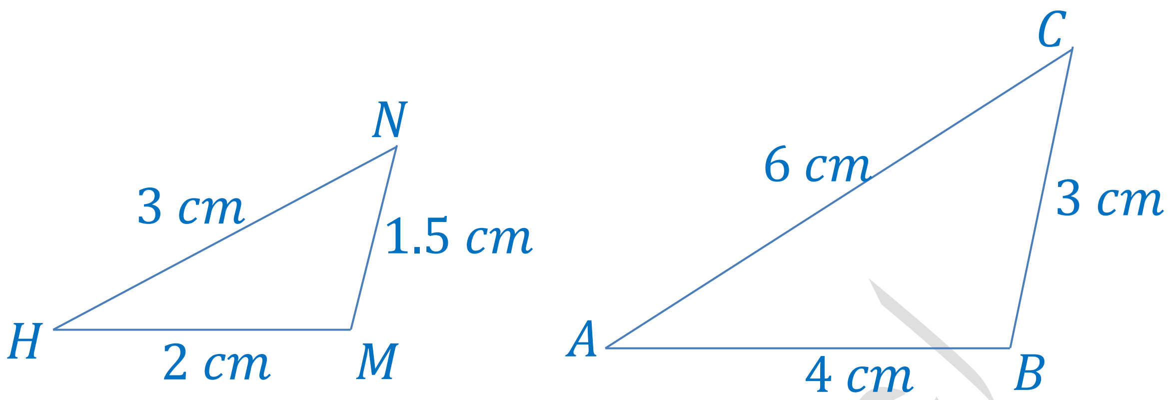
قارن النسبتين $\frac{AM_1}{AB}$ و $\frac{N_1A}{CA}$ ، هل المثلثان ABC و AM_1N_1 متشابهان؟ علل إجابتك.

$$\frac{AM_1}{AB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{N_1A}{CA} = \frac{3.5}{6} \neq \frac{1}{2}$$

فالمثلثان غير متشابهين لعدم تحقق المبرهنة العكس لمبرهنة النسب الثلاث.

٢- تأمل الشكل الآتي :



و احسب كلاً من $\frac{HM}{AB}$ و $\frac{NM}{CB}$ و $\frac{NH}{CA}$ ، هل المثلثان ABC و HMN متشابهان.

$$\frac{HM}{AB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{NM}{CB} = \frac{1.5}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{NH}{CA} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

المثلثان ABC و HMN أضلاعهما متناسبة و بالتالي فهما متشابهان.

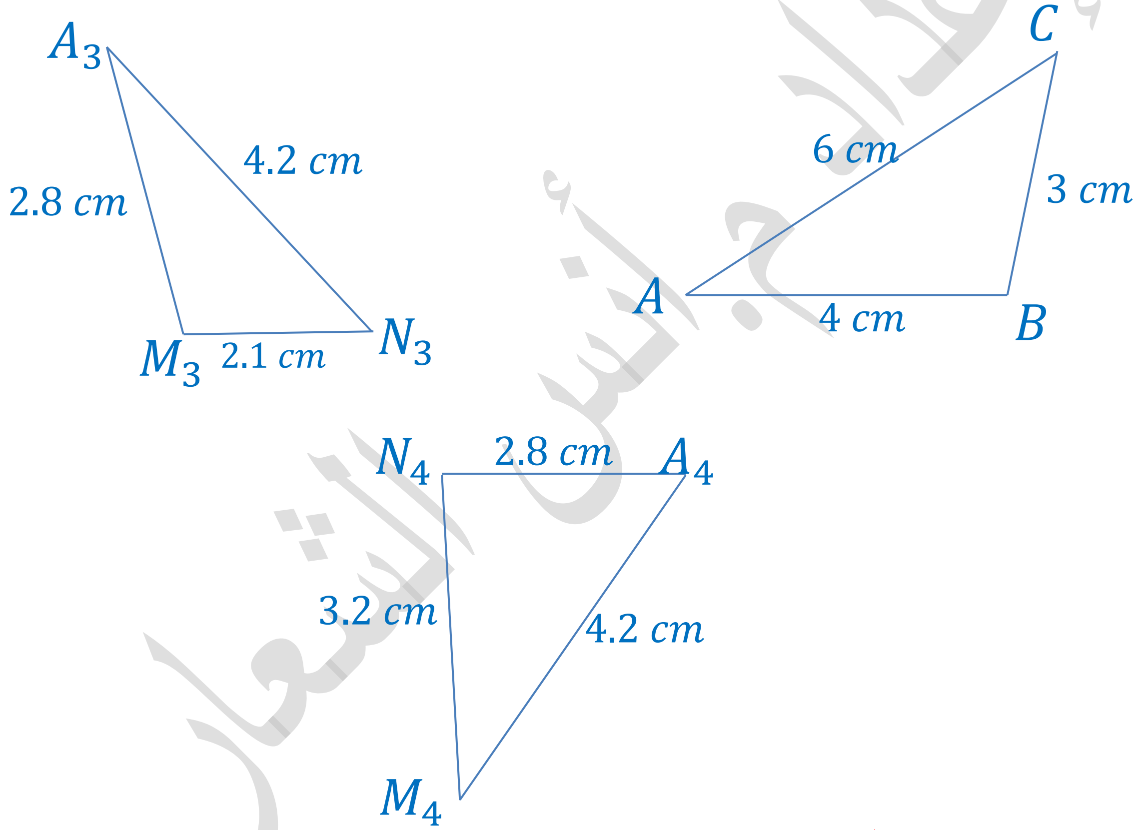
إذا كان معامل التكبير (و الذي هو أكبر من الواحد) $\frac{a}{b}$

فإن معامل التصغير (و الذي هو أصغر من الواحد) $\frac{b}{a}$

أي معامل التصغير و التكبير أحدهما مقلوب الآخر.

إذا تشابه مضلعان (سواء كانا مثلثين أو غير ذلك) كانت الزوايا المتقابلة متساوية.

- أي المثلثين $A_3M_3N_3$ و $A_4M_4N_4$ تصغير للمثلث ABC؟



نحسب النسب

$$\frac{\text{طول الضلع الصغير من المثلث الأول}}{\text{طول الضلع الصغير من المثلث الثاني}}$$

$$\frac{\text{طول الضلع الأوسط من المثلث الأول}}{\text{طول الضلع الأوسط من المثلث الثاني}}$$

$$\frac{\text{طول الضلع الكبير من المثلث الأول}}{\text{طول الضلع الكبير من المثلث الثاني}}$$

فإن كانت متساوية كلها و أصغر من الواحد فالمثلث المقصود يكون تصغيراً للمثلث ABC

بالنسبة للمثلثين ABC و $A_3M_3N_3$ نجد:

$$\frac{\text{طول الضلع الصغير من المثلث الأول}}{\text{طول الضلع الصغير من المثلث الثاني}} = \frac{M_3N_3}{BC} = \frac{2.1}{3} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$$

$$\frac{\text{طول الضلع الأوسط من المثلث الأول}}{\text{طول الضلع الأوسط من المثلث الثاني}} = \frac{A_3M_3}{AB} = \frac{2.8}{4} = \frac{28}{40} = \frac{7}{10}$$

$$\frac{\text{طول الضلع الكبير من المثلث الأول}}{\text{طول الضلع الكبير من المثلث الثاني}} = \frac{A_3N_3}{AC} = \frac{4.2}{6} = \frac{42}{60} = \frac{7}{10}$$

و بالتالي المثلث $A_3M_3N_3$ تصغير عن المثلث ABC بنسبة $\frac{7}{10}$

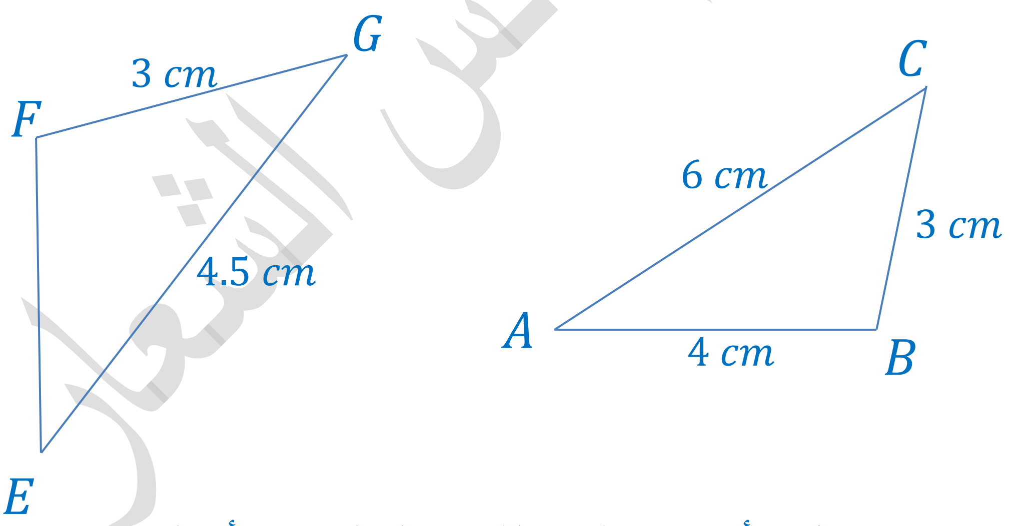
بالنسبة للمثلثين ABC و $A_4M_4N_4$ نجد:

$$\frac{14}{15} = \frac{1.4}{1.5} = \frac{2.8}{3} = \frac{A_4N_4}{BC} = \frac{\text{طول الضلع الصغير من المثلث الأول}}{\text{طول الضلع الصغير من المثلث الثاني}}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{32}{40} = \frac{3.2}{4} = \frac{N_4M_4}{AB} = \frac{\text{طول الضلع الأوسط من المثلث الأول}}{\text{طول الضلع الأوسط من المثلث الثاني}}$$

النسبتان غير متساويتين و بالتالي المثلث $A_4M_4N_4$ ليس تصغيراً عن المثلث ABC.

- لدينا المثلث EFG تصغير للمثلث ABC



انسخ جدول الأضلاع المتقابلة في المثلثين ثم أكمله:

		EF
BC	AC	AB

انسخ جدول الرؤوس المتقابلة في المثلثين ثم أكمله:

		G
A	B	C

اكتب النسب الثلاث المتساوية و استنتج معامل التصغير ثم احسب الطول EF.

كتب EF فوق AB في الجدول الأول و بالتالي:

فكما أن AB هو الطول الأوسط في المثلث ABC

فكذلك سيكون EF هو الطول الأوسط في المثلث EFG

فإذاً الطول الأصغر من المثلث ABC سيكون BC

و الطول الأصغر من المثلث EFG سيكون FG

و الطول الأكبر من المثلث ABC هو AC

و الطول الأكبر من المثلث EFG هو EG

$$\frac{BC}{FG} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{AC}{EG} = \frac{6}{4.5} \neq 1$$

فالسؤال خاطئ.

تحقق من فهمك صفحة 34:

ABC و EFG مثلثان فيهما:

$AB = 5\ cm \quad AC = 8\ cm\ , \quad BC = 6.5\ cm$

$EF = 1\ cm\ , \quad EG = 1.6\ cm\ , \quad FG = 1.8\ cm$

هل المثلث EFG تصغير للمثلث ABC؟ علل إجابتك.

$$\frac{EF}{AB} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{EG}{BC} = \frac{1.6}{5.6} = \frac{2}{7}$$

حيث قسمنا البسط و المقام على 0.8

و بالتالي المثلث EFG ليس تصغيراً للمثلث ABC

تدرب :

١- ارسم مستطيلاً $ABCD$ بعداه $AB = 4\ cm$ و $AD = 3\ cm$

- ارسم تصغيراً $A'B'C'D'$ للمستطيل $ABCD$ نسبته $\frac{4}{5}$

$$A'B' = AB \times \text{نسبة التصغير} = AB \times \frac{4}{5} = \frac{16}{5} = 3.2\ cm$$

$$A'D' = AD \times \text{نسبة التصغير} = AD \times \frac{4}{5} = \frac{12}{5} = 2.4\ cm$$

- احسب بطريقتين مختلفتين:

محيط $A'B'C'D'$

محيط المثلث هو ضعفي مجموع طوله و عرضه.

$$P_{A'B'C'D'} = (A'B' + A'D') \times 2 = 5.6 \times 2 = 11.2\ cm$$

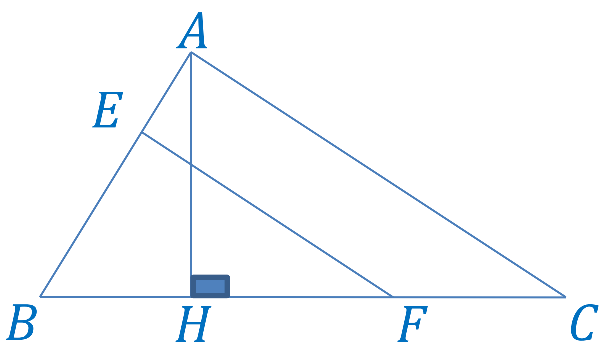
$$P_{A'B'C'D'} = P_{ABCD} \times \frac{4}{5} = (AB + AD) \times 2 \times \frac{4}{5}$$
$$= 7 \times 2 \times \frac{4}{5} = 11.2\ cm$$

مساحة $A'B'C'D'$

نعلم أن مساحة المثلث هي حاصل ضرب طوله بعرضه.

$$S_{A'B'C'D'} = A'B' \times A'D' = 3.2 \times 2.4 = 7.68\ cm^2$$

$$S_{A'B'C'D'} = S_{ABCD} \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 = (AB \times AD) \times \left(\frac{4}{5}\right)^2$$
$$= 12 \times \frac{16}{25} = 7.68\ cm^2$$



٢- في الشكل المرافق $[AH]$ ارتفاع للمثلث ABC

E نقطة من $[AB]$ و F نقطة من $[BC]$ و $(EF)//(AC)$

نعلم أن $BF = 2.8\ cm$ و $BC = 4\ cm$ و $AH = 1.5\ cm$

احسب مساحة المثلث ABC ثم مساحة المثلث BEF

مساحة المثلث هي نصف طول القاعدة مضروباً بطول الارتفاع.

$$S_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{4 \times 1.5}{2} = 3\ cm^2$$

$S_{BEF} = S_{ABC} \times$ مربع نسبة التشابه

$(EF)//(AC)$ و بالتالي المثلثان ABC و BEF متشابهان.

$S_{BEF} = S_{ABC} \times$ مربع نسبة التشابه

$$S_{BEF} = S_{ABC} \times \left(\frac{BF}{BC}\right)^2 = 3 \times \left(\frac{2.8}{4}\right)^2 = 3 \times \left(\frac{7}{10}\right)^2$$

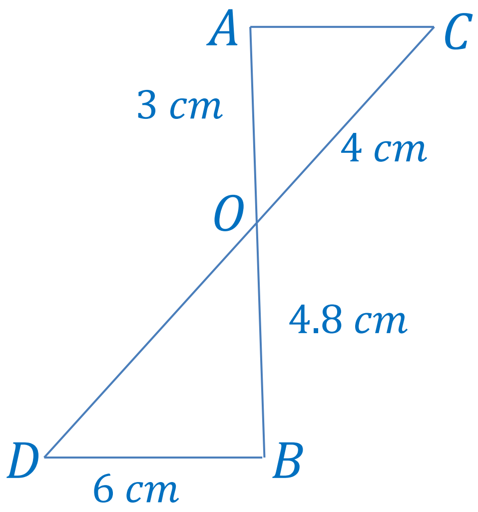
$$S_{BEF} = 3 \times \frac{49}{100} = 1.47\ \ cm^2$$

٣- المستقيمان (AB) و (CD)

متقاطعان في O

و المستقيمان (AC) و (BD) متوازيان.

- احسب الطول OD
- احسب الطول AC



حسب مبرهنة النسب الثلاث نكتب:

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD} = \frac{AC}{BD}$$

$$\frac{3}{4.8} = \frac{4}{OD} = \frac{AC}{6}$$

$$OD = \frac{4 \times 4.8}{3} = 6.4\ cm$$

$$AC = \frac{6 \times 3}{4.8} = 3.75\ cm$$

- لدى بائع مرطبات عبوات مثلجات بسعتين مختلفتين.
تسع العبوة الصغيرة $4\ CL$ من البوظة. أما العبوة الكبيرة فهي تكبير للعبوة الصغيرة بنسبة 1.5 ، احسب سعة العبوة الكبيرة.

حجم النموذج المكبر = الحجم الحقيقي × مكعب نسبة التكبير

$$= 4 \times (1.5)^3 = 13.5\ CL$$

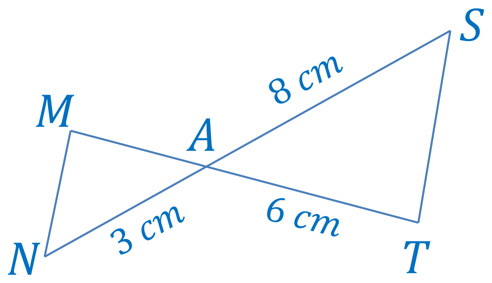
- اقترح مهندس معماري بناء صومعة حبوب بحجم $900\ m^3$ ، فصمم نموذجاً مصغراً لها بمقياس $\frac{1}{20}$
احسب حجم النموذج المصمم.

حجم النموذج المصغر = الحجم الحقيقي × مكعب نسبة التصغير

$$= 900 \times \left(\frac{1}{20}\right)^3 = \frac{900}{8000} = \frac{9}{80} = 0.1125\ m^3$$

تمرينات و مسائل صفحة 35

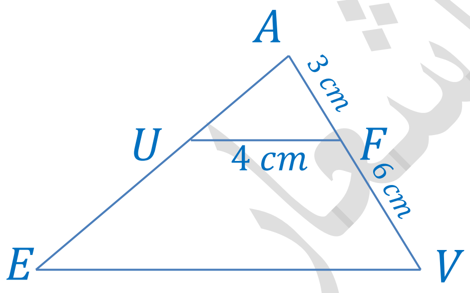
١- في كل حالة آتية ، هناك إجابة صحيحة واحدة من ثلاث إجابات مقترحة ، أشر إليها:



- (NS) و (MT) متقاطعان في A و (TS) و (NM) متوازيان ، الطول AM:

$4\ cm$ $\qquad$ $2.25\ cm$ $\qquad$ $1\ cm$

$$\frac{AS}{AN} = \frac{AT}{AM} \Rightarrow AM = 2.25\ cm$$

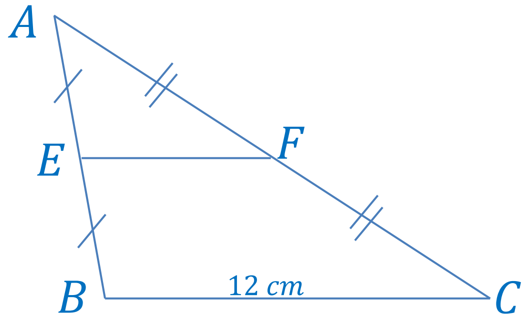


- في الشكل المرفق : المستقيمان (UF) و (EV) متوازيان ، الطول EV يساوي:

$12\ cm$ $\qquad$ $8\ cm$ $\qquad$ $6.75\ cm$

$$\frac{AF}{AV} = \frac{UF}{EV} \Rightarrow EV = 12\ cm$$

- في المثلث ABC ، E و F هما منتصفا $[AB]$ و $[AC]$ على التوالي ، فالطول EF يساوي:



$4.8\ cm$ $6\ cm$ $7.75\ cm$

$$\frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow EF = 6\ cm$$

- إذا ضربنا أطوال أضلاع مثلث بالعدد 3 فإن قياسات زواياه:

تضرب بالعدد 9   تضرب بالعدد 3   لا تتغير

لا تتغير قياسات زوايا أي شكل سواء كان مثلث أو غيره بعملية التكبير أو التصغير.

- في المثلث ABC: $AB = 2\ cm$ و $AC = 3\ cm$ و $BC = 4.5\ cm$

و في المثلث DEF: $DE = 6\ cm$ و $DF = 9\ cm$ و $EF = 13.5\ cm$

مساحة المثلث DEF تساوي:

ثلاثة أمثال مساحة ABC

أربعة أمثال مساحة ABC

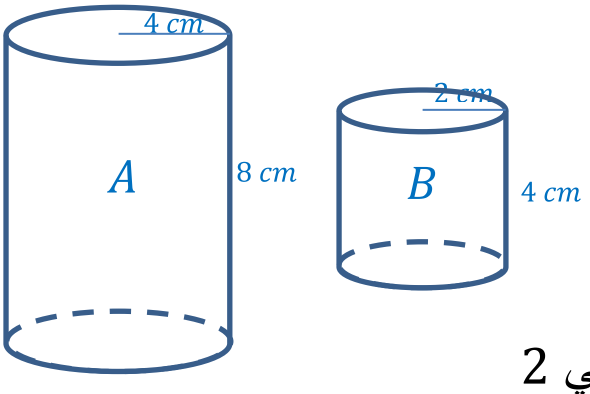
تسعة أمثال مساحة ABC

$$\frac{AB}{DE} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad , \frac{AC}{DF} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad , \frac{BC}{EF} = \frac{4.5}{13.5} = \frac{1}{3}$$

نلاحظ أن المثلثين لهما أضلاع متناسبة و بالتالي هما متشابهان و النسبة بين مساحتيهما تساوي مربع نسبة التشابه:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{DEF}} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

أي مساحة المثلث DEF هي تسعة أمثال مساحة المثلث ABC.



- حجم الأسطوانة A يساوي:
مثلي حجم الأسطوانة B
أربعة أمثال حجم الأسطوانة B
ثمانية أمثال حجم الأسطوانة B

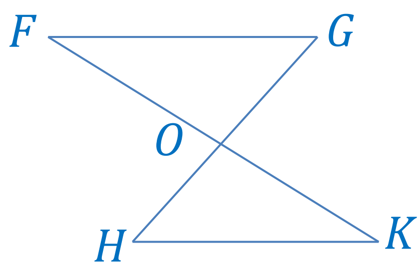
بنظرة سريعة نجد الأسطوانتين متشابهتين و نسبة التشابه بينهما هي 2 و بالتالي حجم الأسطوانة A يعادل 2^3 أي ثمانية أمثال حجم الأسطوانة B

٢- في كل حالة من الحالات الآتية ، إجابة صحيحة واحدة على الأقل من بين ثلاث إجابات .أشر إلى كل إجابة صحيحة:

- المستقيمان (FK) و (GH) متقاطعان في O

و المستقيمان (FG) و (HK)

متوازيان إذاً:



$$\frac{OF}{KO} = \frac{GO}{HO}$$

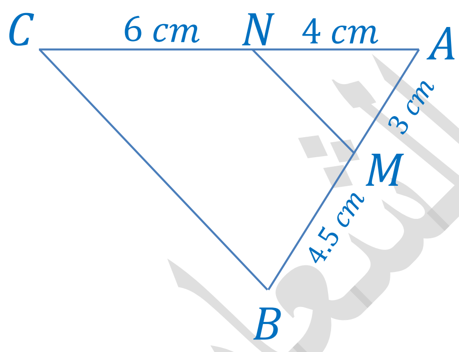
$$\frac{OF}{OK} = \frac{FG}{HK}$$

$$\frac{OF}{OK} = \frac{OH}{OG}$$

الأولى و الثانية صحيحتان.

- المستقيمان (CN) و (BM)

متقاطعان في A إذاً :



(MN) و (BC) ليسا متوازيين

الرباعي $BCNM$ شبه منحرف

المثلث ABC تكبير للمثلث AMN

$$\frac{AN}{NC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{AM}{MB} = \frac{3}{4.5} = \frac{2}{3}$$

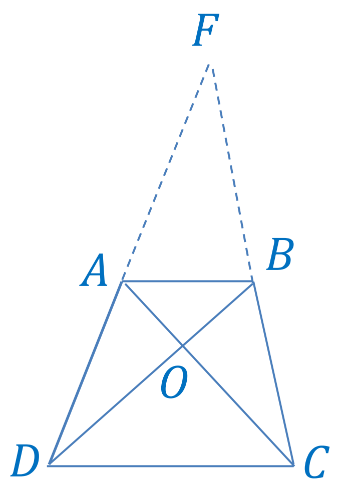
و بالتالي حسب المبرهنة العكس لمبرهنة تالس سيكون

(MN) و (BC) متوازيين

فيكون الرباعي $BCNM$ شبه منحرف و يكون المثلث ABC تكبير للمثلث AMN.

فالعبارة الأولى فقط هي الخاطئة.

٣-قل إن كنت موافقاً أو غير موافق على الادعاء الآتي ، و اشرح رأيك



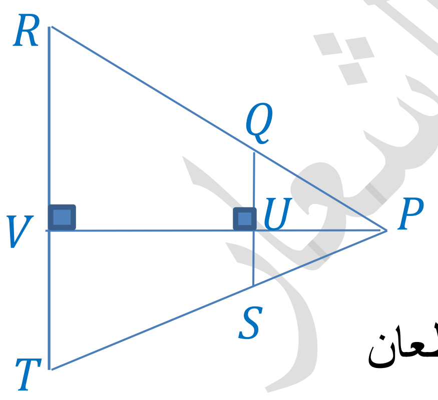
$ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$

و قطراه متقاطعان في O

فالمثلثان OAD و OBC يشكلان إحدى حالات تناسب النسب الثلاث.

غير صحيح فلا يوجد فيهما ضلع من الآخر يوازي ضلعاً من الآخر.

- في الشكل المرافق لدينا:



$$\frac{UQ}{VR} = \frac{SQ}{TR}$$

بما أن $(UQ)//(VR)$ و $(PR), (PV)$ قاطعان لهما فنكتب حسب مبرهنة تالس:

$$\frac{UQ}{VR} = \frac{PQ}{PR}$$

بما أن $(TR)//(SQ)$ و (PT), (PR) قاطعان لهما فنكتب حسب مبرهنة تالس:

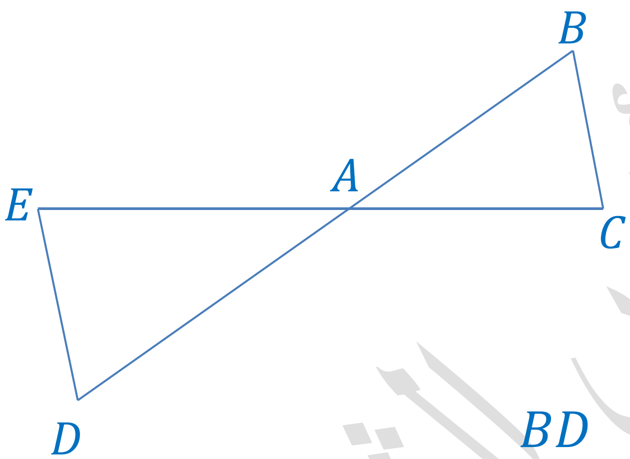
$$\frac{PQ}{PR} = \frac{SQ}{TR}$$

وبالتالي :

$$\frac{UQ}{VR} = \frac{SQ}{TR}$$

- المستقيمان (CE) و (BD) متقاطعان في A

المستقيمان (CB) و (DE) متوازيان



إذن:

$$\frac{BD}{AD} = \frac{CE}{AE}$$

حسب مبرهنة النسب الثلاث نكتب:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$

نجمع البسطين للمقامين فنجد:

$$\frac{AB + AD}{AD} = \frac{AC + AE}{AE}$$

$$\frac{BD}{AD} = \frac{CE}{AE}$$

- بعملية تكبير ضربت مساحة مستطيل بالعدد 2.5 فنسبة التكبير هي 1.25

نسبة التكبير هي الجذر التربيعي للعدد الذي تضاعفت به المساحة أي $1.58 = \sqrt{2.5}$ و ليس النصف 1.25 و بالتالي المقولة خاطئة.

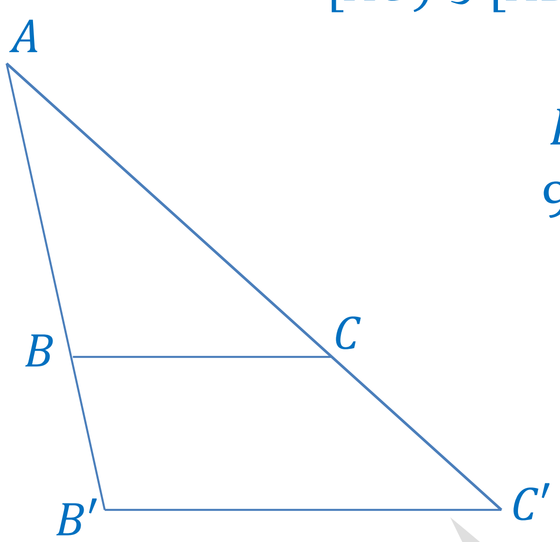
٤- B' و C' نقطتان من نصفي المستقيم $[AB)$ و $[AC)$

(BC) و $(B'C')$ متوازيان

$BC = 1.5\ cm$ و $B'C' = 2\ cm$

مساحة المثلث ABC تساوي $9\ cm^2$

احسب مساحة المثلث $AB'C'$

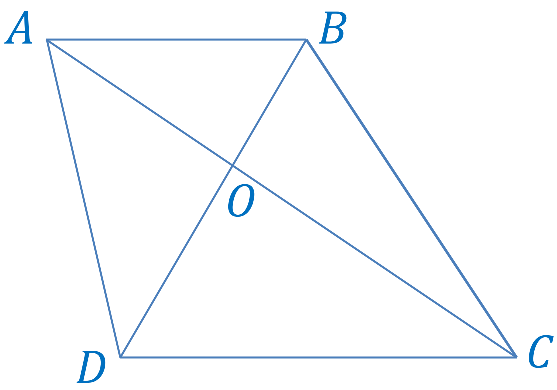


$$\frac{S_{ABC}}{S_{AB'C'}} = \left(\frac{BC}{B'C'}\right)^2 = \left(\frac{1.5}{2}\right)^2$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AB'C'}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\frac{9}{S_{AB'C'}} = \frac{9}{16} \Longrightarrow S_{AB'C'} = 16\ cm^2$$

٥- $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$ و قطراه متقاطعان في O . نعلم أن :



$$AB = 4\ cm\ , OB = 2\ cm\ , OC = 5\ cm\ , OA = 3\ cm$$

- سم مثلثين تشملهما مبرهنة النسب الثلاث . اشرح.

بما أن $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$ فإذاً (AB) و (CD) متوازيان و بالتالي المثلثان OAB و OCD تشملهما مبرهنة النسب الثلاث.

- احسب قيمة كل من الطولين OD و CD.

حسب مبرهنة النسب الثلاث نكتب:

$$\frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OC} = \frac{AB}{DC}$$

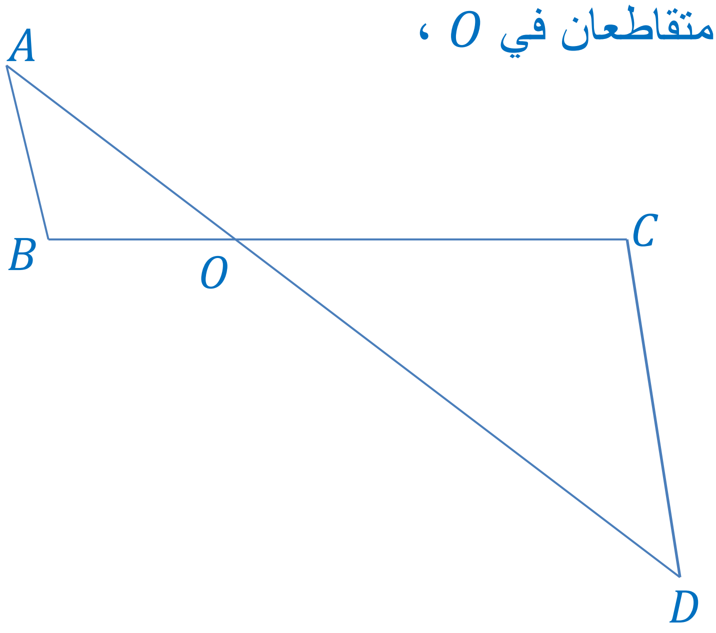
$$\frac{2}{OD} = \frac{3}{5} = \frac{4}{CD}$$

$$OD = \frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3}\ cm$$

$$CD = \frac{4 \times 5}{3} = \frac{20}{3}\ cm$$

٦- المستقيمان (AD) و (BC) متقاطعان في O ،

و نعلم أن



$$OA = 3\ cm\ , OD = 9\ cm$$
$$OB = 2.4\ cm\ , OC = 7\ cm$$

أثبت أن المستقيمين

(AB) و (CD)

غير متوازيين.

$$\frac{OD}{OA} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\frac{OC}{OB} = \frac{7}{2.4} \neq 3$$

أي لا تتحقق المبرهنة العكس لمبرهنة تالس و بالتالي المستقيمان

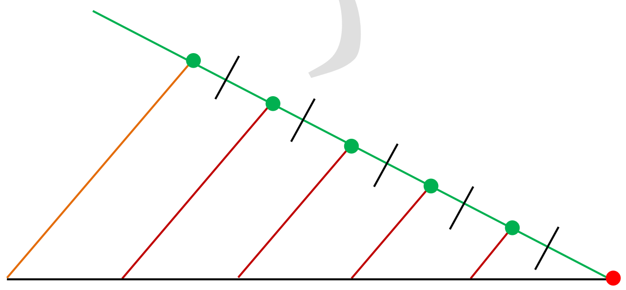
(AB) و (CD) غير متوازيين.

٧-

٨- $[AB]$ قطعة مستقيمة في صفحة بيضاء ، طولها غير معلوم .

دون استعمال مسطرة مدرجة:

- قسم $[AB]$ إلى خمسة أقسام متساوية.



من أحد طرفيها نرسم مستقيماً

يختلف عن مستقيمها

نعين عليه بالفرجار مثلاً

خمسة قطع مستقيمة متساوية

و لا يهم كم طولها

رأس القطعة الأولى هو ذلك الطرف

نهاية القطعة الأخيرة نصلها بالطرف الآخر لتلك القطعة المستقيمة

و من نهاية كل قطعة مستقيمة نرسم موازياً للمستقيم المار من الطرف الآخر و من نهاية آخر قطعة مستقيمة.

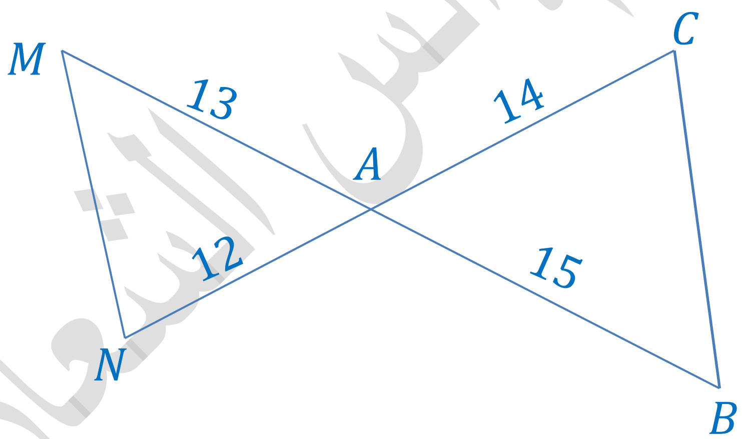
التعليل : مبرهنة النسب الثلاث.

- قسم $[AB]$ إلى سبعة أقسام متساوية.

بطريقة مشابهة للطلب السابق.

٩- في كل من الأشكال الآتية (BM) و (CN) متقاطعان في A.

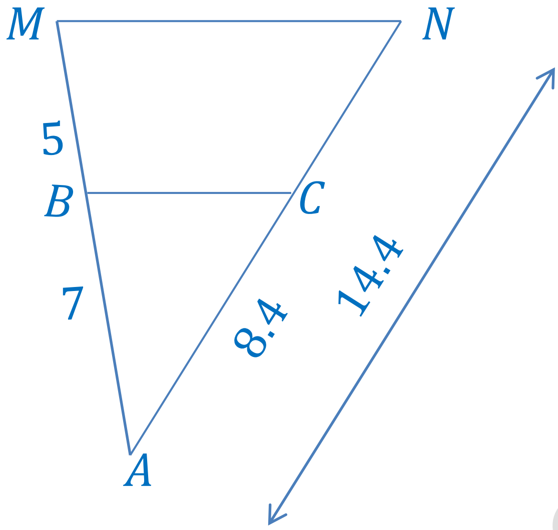
قل إن كان المستقيمان (MN) و (BC) متوازيين أم متقاطعين مع شرح إجابتك في كل حالة.



الحل بإيجاز:

$$\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$$

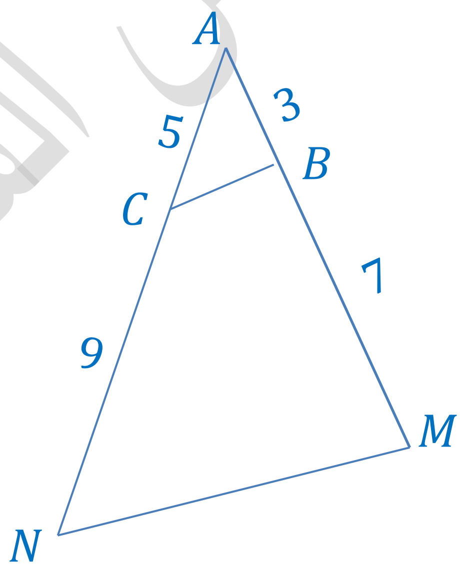
فالمستقيمان متقاطعين.



الحل بإيجاز:

$$\frac{AB}{BM} = \frac{AC}{CN}$$

فالمستقيمان متوازيان.



الحل بإيجاز:

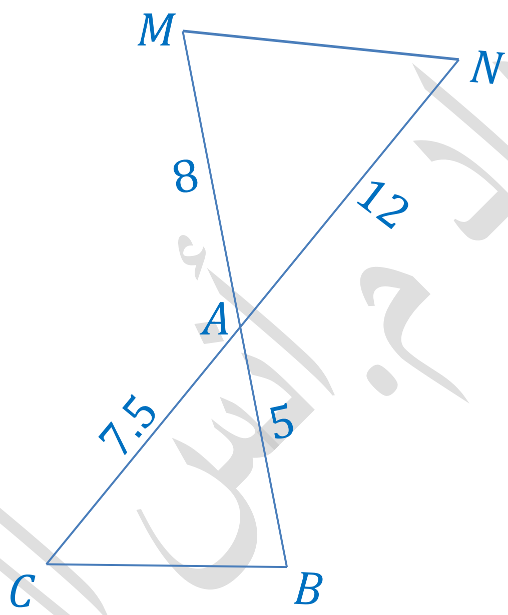
$$\frac{AC}{CN} > \frac{1}{2}$$

$$\frac{AB}{BM} < \frac{1}{2}$$

إذاً:

$$\frac{AB}{BM} \neq \frac{AC}{CN}$$

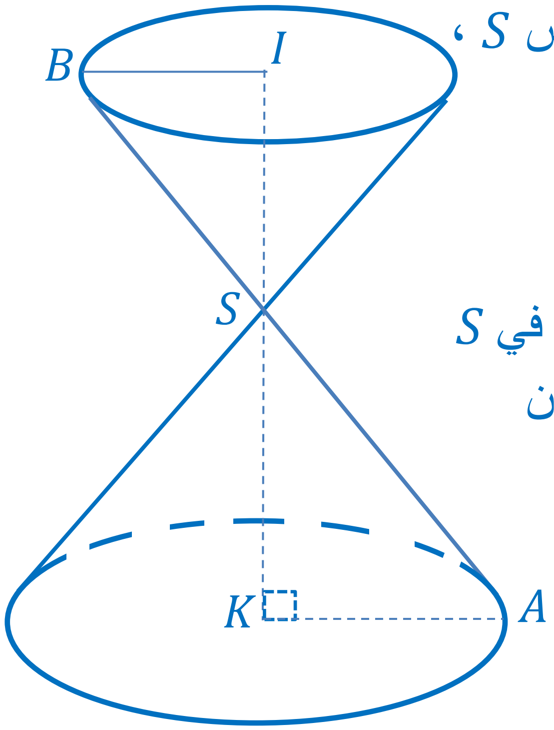
فالمستقيمان متقاطعين.



الحل بإيجاز:

$$\frac{AB}{BM} = \frac{AC}{CN}$$

فالمستقيمان متوازيان.



١٠- مخروطان دورانيان متقابلان بالرأس S ،

مركزا قاعدتيهما I و K. و نصفا

قطريهما $[IB]$ و $[KA]$

المستقيمان (AB) و (KI) متقاطعان في S

و المستقيمان (IB) و (KA) متوازيان

نعلم أن :

$$KA = 4.5\ cm\ , KS = 6\ cm$$

$$SI = 4\ cm$$

- احسب الطول IB ثم الطول SA

بما أن $(KA)//(IB)$ و $(AB),(KI)$ قاطعان لهما فحسب مبرهنة تالس:

$$\frac{IS}{SK} = \frac{IB}{KA}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{IB}{4.5} \Longrightarrow IB = \frac{4 \times 4.5}{6} = 3\ cm$$

و حسب مبرهنة فيثاغورث في المثلث القائم SKA:

$$SA^2 = SK^2 + KA^2$$

$$SA^2 = 36 + 20.25 = 56.25$$

$$SA = \sqrt{56.25} = 7.5\ cm$$

- المخروط الذي مركز قاعدته I تصغير للمخروط

الذي مركز قاعدته K و حجماهما على الترتيب V_I و V_K.

- ما معامل التصغير.

$$\frac{IB}{KA} = \frac{2}{3}$$

طبعاً هو تماماً من الواحد

و لو طلب معامل التكبير فهو مقلوب معامل التصغير و هو دوماً أكبر من الواحد.

- احسب V_K ثم استنتج V_I.

حجم المخروط كما حجم الهرم (فالأول حالة خاصة من الثاني) هو ثلث جداء مساحة قاعدته بارتفاعه:

$$V_K = \frac{1}{3} S_K . h = \frac{1}{3} \pi . KA^2 . SK = \frac{1}{3} \pi \times 20.25 \times 6$$

$$V_K = 40.5\, \pi\, cm^3$$

$$\frac{V_I}{V_K} = \left(\frac{IB}{KA}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

$$\frac{V_I}{40.5\, \pi} = \frac{8}{27} \Longrightarrow V_I = \frac{8 \times 40.5 \pi}{27} = 12 \pi\, cm^3$$

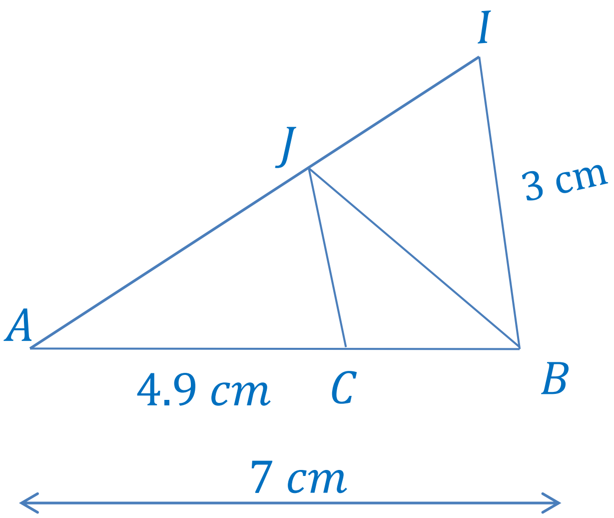
١١- المستقيمان (JI) و (BC)

متقاطعان في A

و المستقيمان (JC) و (IB)

متوازيان

أثبت أن $\widehat{CJB} = \widehat{CBJ}$.



بما أن $(JC)//(IB)$ و

$(AB), (IA)$ قاطعان لهما فنكتب

حسب مبرهنة تالس:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{JC}{IB}$$

$$\frac{4.9}{7} = \frac{JC}{3} \Longrightarrow JC = \frac{3 \times 4.9}{7} = 3 \times 0.7 = 2.1\ cm$$

$$BC = AB - AC = 7 - 4.9 = 2.1\ cm$$

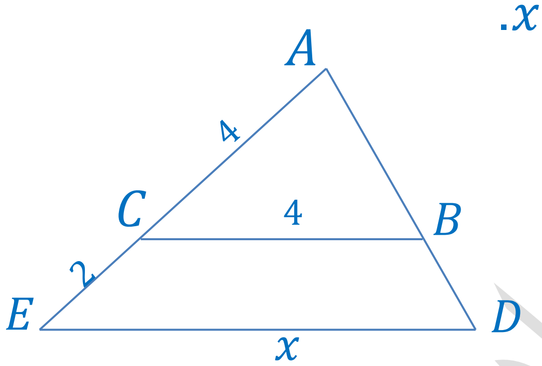
فالمثلث JCB متساوي الساقين قاعدته $[JB]$ و بالتالي:

$$\widehat{CJB} = \widehat{CBJ}$$

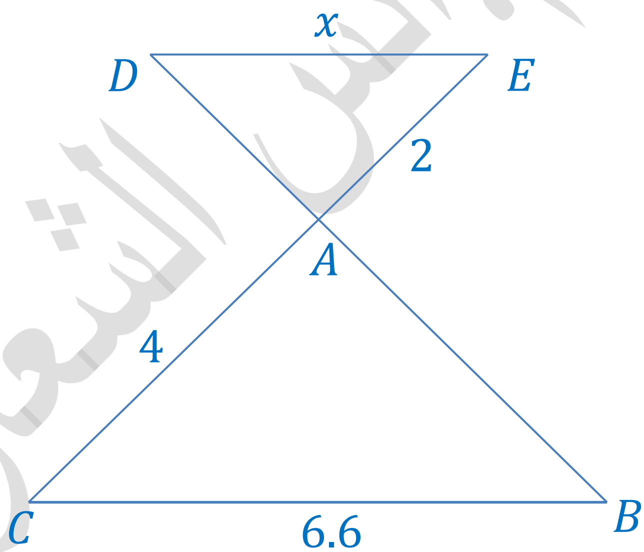
١٢- في كل من الأشكال الآتية (BD) و (CE) متقاطعان في A.

المستقيمان (BC) و (DE) متوازيان

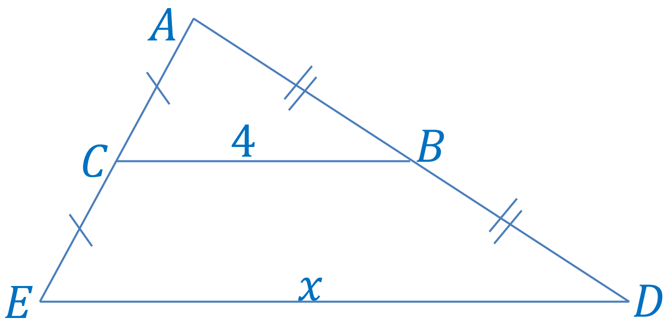
احسب ذهنياً الطول x.



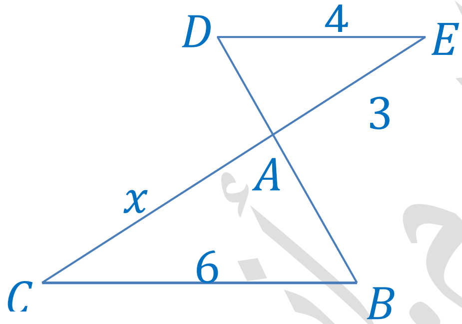
$$x = 6$$



$$x = 3.3$$



$$x = 8$$



$$x = 4.5$$

١٣- مساحة المثلث ABC تساوي $25\ cm^2$ ، و قياسا اثنتين من زواياه $80^0, 60^0$ ،

المثلث EFG تكبير للمثلث ABC بنسبة 2.

- احسب ذهنياً قياسات زوايا المثلث EFG

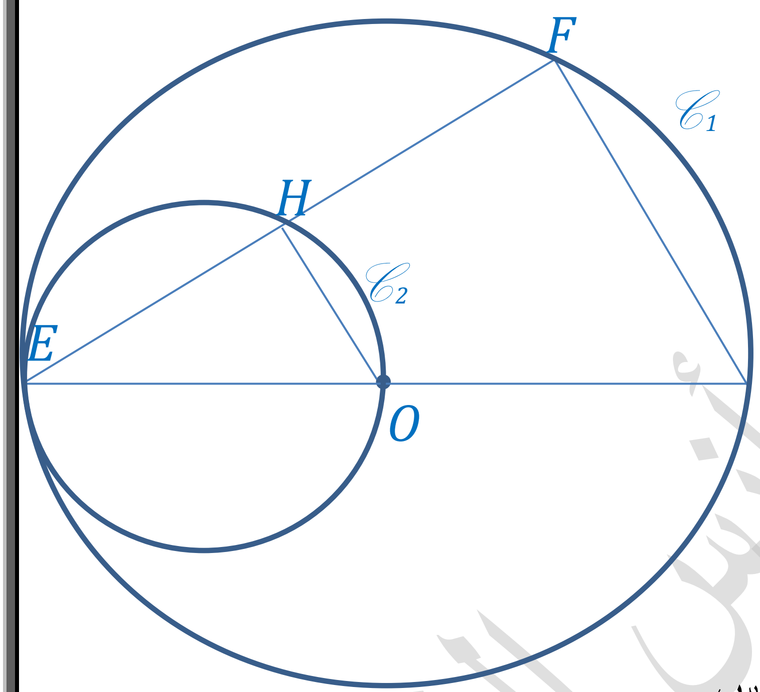
$$80^0, 60^0, 40^0$$

- احسب ذهنياً مساحة المثلث EFG.

$$4 \times 25 = 100\ cm^2$$

١٤- حجم هرم يساوي $270\ m^3$. احسب ذهنياً حجم نموذج مصغر لهذا الهرم بمقياس $\frac{1}{3}$.

$$\frac{270}{3^3} = \frac{270}{27} = 10\ m^3$$



١٥- دائرتان متماستان داخلاً:

$\mathscr{C}_1$ دائرة مركزها O

و $[EG]$ قطر فيها.

$\mathscr{C}_2$ هي الدائرة التي

قطرها $[EO]$

- هل المستقيمان (OH)

و (GF) متوازيان ؟

علل إجابتك.

$\widehat{GFE}$ زاوية محيطية تحصر قوس

نصف الدائرة و بالتالي هي قائمة

و كذلك $\widehat{OHE}$.

فالمستقيمان (OH) و (GF) كل منهما يعامد المستقيم (EF) فهما متوازيان.

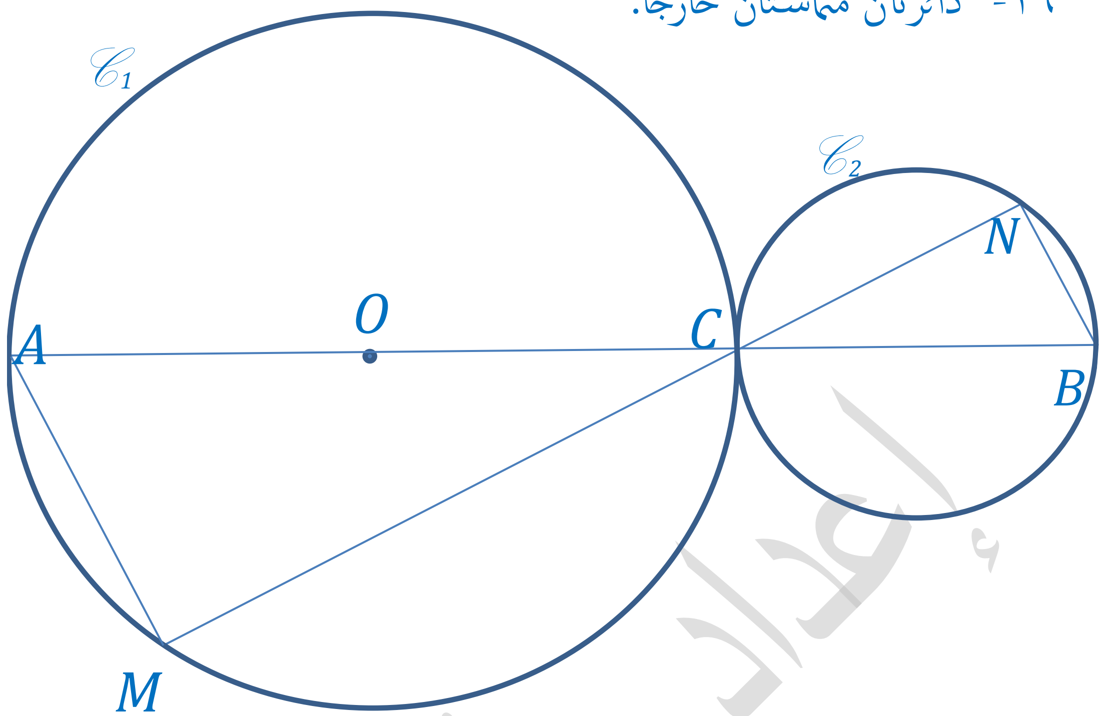
- إذا علمت أن $OH = 3\ cm$ ، احسب FG.

المستقيمان (OH) و (GF) متوازيان و المستقيمان (EF) و (EG) قاطعان لهما و بالتالي حسب مبرهنة تالس:

$$\frac{OH}{FG} = \frac{EO}{EG} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{FG} = \frac{1}{2} \Rightarrow FG = 6\ cm$$

١٦- دائرتان متماستان خارجاً:



C نقطة من $[AB]$ ، بحيث $CA = 6\ cm$ و $CB = 4\ cm$

$\mathscr{C}_1$ ، $\mathscr{C}_2$ دائرتان قطراهما على التوالي $[AC]$ و $[CB]$

M نقطة من $\mathscr{C}_1$

و N نقطة من $\mathscr{C}_2$

و النقاط M و C و N على استقامة واحدة.

نعلم أن $AM = 3\ cm$. احسب NB.

الزاوية المحيطية التي تحصر قوس نصف الدائرة تكون قائمة و بالتالي $A\widehat{M}C$ و $B\widehat{N}C$ قائمتان .

فيكون المستقيمان (AM) و (BN) متوازيان (لأنهما عامودان على مستقيم واحد هو (MN))

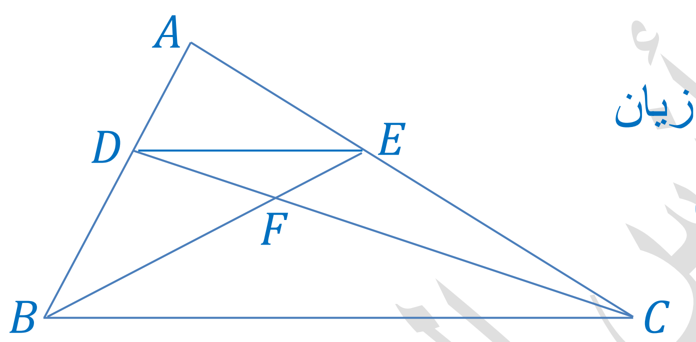
و المستقيمان (AB) و (MN) قاطعان لهما فنكتب حسب مبرهنة تالس:

$$\frac{CA}{CB} = \frac{AM}{NB}$$

$$\frac{6}{4} = \frac{3}{NB} \Longrightarrow NB = \frac{3 \times 4}{6} = 2\ cm$$

١٧- اثنتان من حالات تناسب النسب الثلاث

في الشكل المرافق ،



المستقيمان (DE) و (BC) متوازيان

و المستقيمان (CD) و (BE)

متقاطعان في F.

نفترض أن :

$AD = 2\ cm$, $DB = 3\ cm$, $BF = 4\ cm$

- استعمل مبرهنة النسب الثلاث لإيجاد نسبتين كل منهما تساوي النسبة $\frac{DE}{BC}$

المستقيمان (DE) و (BC) متوازيان و المستقيمان (AC) و (AB) قاطعان لهما و بالتالي حسب مبرهنة النسب الثلاث:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

- استنتج أن $\frac{2}{5} = \frac{EF}{4}$ ثم احسب EF

المستقيمان (DE) و (BC) متوازيان و المستقيمان (DC) و (BE) قاطعان لهما و بالتالي حسب مبرهنة النسب الثلاث:

$$\frac{EF}{FB} = \frac{DE}{BC}$$

لكن حسب الطلب السابق:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$$

و بالتالي:

$$\frac{EF}{FB} = \frac{AD}{AB}$$

$$\frac{EF}{4} = \frac{2}{AD + DB}$$

$$\frac{EF}{4} = \frac{2}{5}$$

$$EF = \frac{2 \times 4}{5} = \frac{8}{5} = \frac{16}{10} = 1.6\ cm$$

١٨- شبه منحرف

$ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[DC]$

ضلعاه المائلان متقاطعان في O

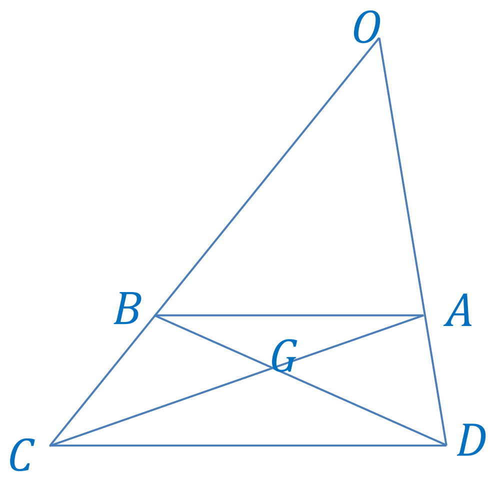
و قطراه متقاطعان في G.

نعلم أن:

$GA = 4\ cm$

$, GC = 6\ cm\ , OB = 8\ cm$

- وازن النسبتين $\frac{GA}{GC}$ و $\frac{OB}{OC}$



بما أن $(CD)//(AB)$ و $(OD), (CO)$

قاطعان لهما فنكتب حسب مبرهنة تالس:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{OB}{OC}$$

بما أن $(CD)//(AB)$ و $(BD), (AC)$

قاطعان لهما فنكتب حسب مبرهنة تالس:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{GA}{GC}$$

مما سبق نجد:

$$\frac{OB}{OC} = \frac{GA}{GC}$$

- استنتج الطول BC.

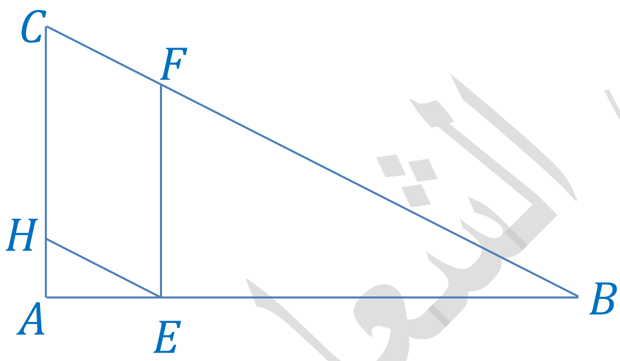
كما رأينا في الطلب السابق:

$$\frac{OB}{OC} = \frac{GA}{GC}$$

$$\frac{8}{OC} = \frac{4}{6} \Longrightarrow OC = \frac{8 \times 6}{4} = 12\ cm$$

$$BC = OC - OB = 12 - 8 = 4\ cm$$

١٩- مع النسب الثلاث و فيثاغورث:



ABC مثلث قائم في A ،

طولا ضلعيه القائمين هما

$AC = 3\ cm$ و $AB = 4\ cm$

- احسب طول وتر هذا المثلث.

حسب مبرهنة فيثاغورث

في المثلث القائم ABC نكتب:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 16 + 9 = 25$$

$$BC = \sqrt{25} = 5$$

- E نقطة على $[AB]$ و (EF) يوازي (AC)
  و (EH) يوازي (BC)
  نرمز إلى الطول AE بالرمز x
  ما طبيعة الرباعي $EFCH$؟
  هو متوازي أضلاع لأن كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين.

- احسب بدلالة x أطوال أضلاع هذا الرباعي.

بما أن $(AC)//(EF)$ و (AB), (BC) قاطعان لهما فنكتب حسب مبرهنة تالس:

$$\frac{BE}{BA}=\frac{BF}{BC}=\frac{FE}{AC}$$

$$\frac{4-x}{4}=\frac{BF}{5}=\frac{FE}{3}$$

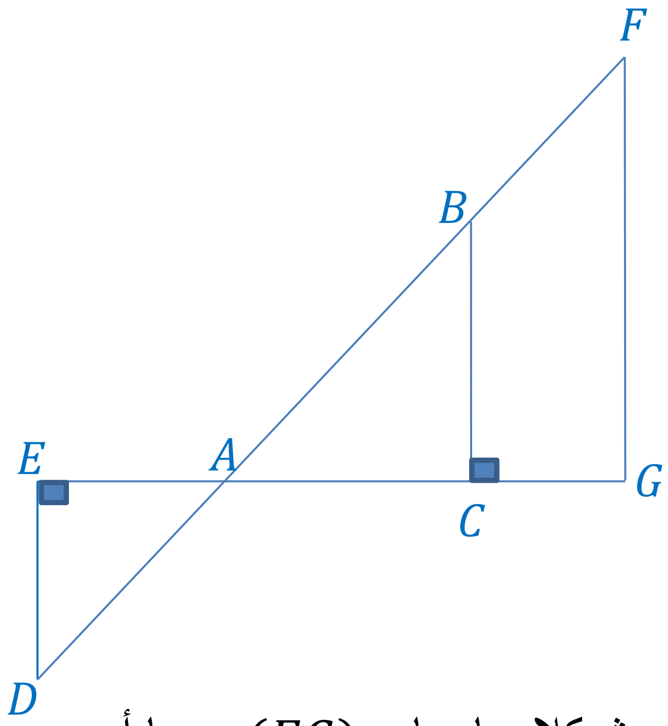
$$BF=\frac{5(4-x)}{4}=5-1.25\,x$$

$$CF=HE=BC-BF=5-BF=1.25\,x$$

$$FE=HC=\frac{3(4-x)}{4}=3-0.75x$$

٢٠- وحدة القياس هي السنتيمتر

في الشكل المرافق :



$AD = 6.5$

$AC = 9.6$

$AB = 12$

$AG = 18$

$BF = 10.5$

- احسب AE

بما أن $(ED)//(BC)$ حيث كلاهما يعامد (EG) و بما أن $(EC),(BD)$ قاطعان لهما فنكتب حسب مبرهنة تالس:

$$\frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD}$$

$$\frac{9.6}{AE} = \frac{12}{6.5} \Rightarrow AE = \frac{9.6 \times 6.5}{12} = 5.2\ cm$$

- أثبت أن المستقيمين (FG) و (BC) متوازيان.

$$\frac{AC}{CG} = \frac{9.6}{AG - AC} = \frac{9.6}{8.4} = \frac{96}{84} = \frac{24}{21}$$

حيث ضربنا كلاً من البسط و المقام بعشرة ثم قسمناهما على 4 و لا داعي للاختصار أكثر.

$$\frac{AB}{BF} = \frac{12}{10.5} = \frac{120}{105} = \frac{24}{21}$$

حيث ضربنا كلاً من البسط و المقام بعشرة ثم قسمناهما على 4 .

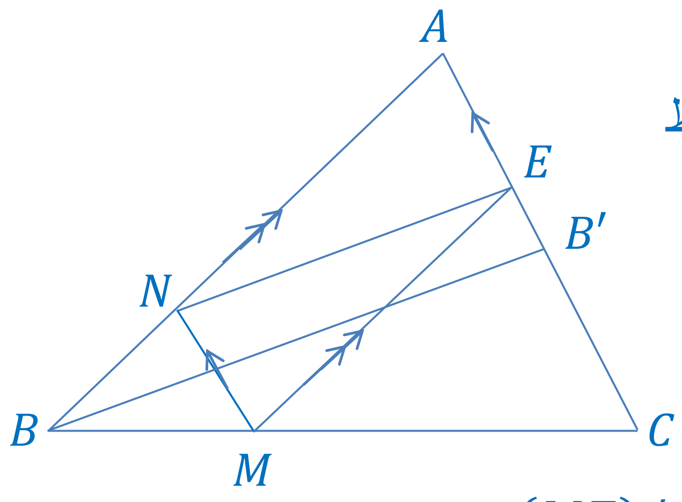
فحسب المبرهنة العكس لمبرهنة تالس يكون (FG) و (BC) متوازيان.

- احسب $sin\,\widehat{ABC}$.

$$sin\,\widehat{ABC}=\frac{AC}{AB}=\frac{9.6}{12}=\frac{96}{120}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$$

حيث ضربنا كلاً من البسط و المقام بعشرة ثم قسمناهما على 8 ثم على 3

٢١- مع النسب الثلاث و المتوسط



ABC مثلث فيه $[BB']$ متوسط

و M نقطة من $[BC]$

تحقق :

$$BM = \frac{1}{3}BC$$

$$(ME)//(AN)\ ,\ \ (MN)//(AC),$$

- أثبت أن $\frac{AN}{AB} = \frac{2}{3}$

بما أن $(MN)//(AC)$ و $(BC),(AB)$ قاطعان لهما فنكتب

حسب مبرهنة تالس:

$$\frac{AN}{AB} = \frac{CM}{BC} = \frac{2}{3}$$

حيث $BM = \frac{1}{3}BC$ حسب نص المسألة.

- أثبت أن $\frac{AE}{AB\prime} = \frac{2}{3}$ ، و استنتج أن $(NE)//(BB')$.

بما أن $(ME)//(AB)$ و $(CB),(CA)$ قاطعان لهما فنكتب

حسب مبرهنة تالس:

$$\frac{AE}{AC} = \frac{BM}{BC} = \frac{1}{3}$$

و بالتالي

$$\frac{AE}{AB'} = \frac{2}{3}$$

لأن :

$$AC = 2AB'$$

حيث $[BB']$ متوسط

و بالتالي :

$$\frac{AE}{AB'} = \frac{AN}{AB}$$

فحسب المبرهنة العكس لمبرهنة تالس نجد أن:

$$(NE)//(BB').$$